

Paper Type: Original Article



# Chaotic Evolutionary Multi-Objective Optimization for Multivariate Pair Trading in Tehran Stock Exchange: the Distance Approach

Hossein Nikoo<sup>1</sup>, Jamal Barzegari Khanagha<sup>1,\*</sup> , Hamid Reza Mirzaei<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Accounting and Finance, Faculty of Economic, Management and Accounting, Yazd University, Yazd, Iran; h.nikoo@stu.yazd.ac.ir; barzegari@yazd.ac.ir; hmirzaei@yazd.ac.ir.

**Citation:**



Nikoo, H., Barzegari Khanagha, J., & Mirzaei, H. R. (2024). Chaotic evolutionary multi-objective optimization for multivariate pair trading in tehran stock exchange: the distance approach. *Journal of decisions and operations research*, 9(1), 1-16.

Received: 18/06/2022

Reviewed: 20/07/2022

Revised: 09/08/2022

Accepted: 01/09/2022

## Abstract

**Purpose:** Pair formation is an important step in pair trading that has only been examined manually or through numerical instructions. These methods fail in the multivariate mode and do not consider conflicting goals in the problem structure. In this research, a method is presented to create multivariate pair combinations by considering contradictory multiple goals in stock pair trading.

**Methodology:** In this study, the statistical sample is limited to the top 30 companies listed on the Tehran Stock Exchange due to the need for high-frequency transactions. The problem is developed in the form of a Mixed Integer Programming (MIP) model, and due to non-convex constraints and exponential solution space, a multi-objective genetic algorithm is used to obtain multivariate pair combinations. To achieve multiple goals, the developed type of genetic algorithm, namely, The Chaotic Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (CNSGA-II), was used. In this method, chaos theory is used to create the initial population of the genetic algorithm in order to obtain appropriate and high-precision solutions.

**Findings:** The results showed that the use of chaos theory could increase the degree of convergence in evolutionary algorithms. In addition, these results indicate the superiority of the multi-objective pair trading strategy based on the distance approach over the traditional single-objective model.

**Originality/Value:** In order to optimize pair trading, the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm was used. Also, the initial population of individuals was created in a multi-objective genetic algorithm based on chaos theory.

**Keywords:** Pair trading, Non-dominated sorting genetic algorithm, Chaos theory, Distance approach.



Corresponding Author: barzegari@yazd.ac.ir



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی آشوبناک برای معاملات جفتی چندمتغیره در بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد فاصله

حسین نیکو<sup>۱</sup>، جمال برزگری خانقاه<sup>۱\*</sup>، حمیدرضا میرزایی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>گروه حسابداری و مالی، دانشکده اقتصاد، مدیریت و حسابداری، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

### چکیده

**هدف:** تشکیل جفت سهام یک گام مهم در معاملات جفتی است که فقط به صورت دستی یا از طریق دستورالعمل‌های شمارشی مورد بررسی قرار گرفته است. این روش‌ها در حالت چندمتغیره شکست خورده و اهداف متناقض را در ساختار مساله در نظر نمی‌گیرند. در این پژوهش روشی ارائه می‌شود که ترکیب‌های جفتی چندمتغیره را با در نظر گرفتن اهداف چندگانه متناقض در معاملات جفتی سهام ایجاد کند.

**روش‌شناسی پژوهش:** در این پژوهش نمونه آماری به واسطه نیاز به معاملات پرسامد به ۳۰ شرکت برتر پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران محدود شده است. مساله در قالب یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP) تدوین و به دلیل محدودیت‌های غیرمحدب و فضای حل نامایی از الگوریتم ژنتیک چندهدفه برای به دست آوردن ترکیب‌های جفتی چندمتغیره استفاده شده است. برای دستیابی به اهداف چندگانه، از نوع توسعه‌یافته الگوریتم ژنتیک، یعنی الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب آشوبناک (CNSGA-II) استفاده گردید. در این روش برای به دست آوردن راه‌حل‌های مناسب و با دقت بالا، از تئوری آشوب در ایجاد جمعیت اولیه الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.

**یافته‌ها:** نتایج پژوهش نشان داد که استفاده از نظریه آشوب می‌تواند میزان همگرایی را در الگوریتم‌های تکاملی افزایش دهد. علاوه بر این نتایج بیانگر برتری استراتژی معاملات جفتی چندهدفه مبتنی بر رویکرد فاصله نسبت به مدل تک‌هدفه سنتی است.

**اصالت/ارزش افزوده علمی:** برای بهینه‌سازی معاملات جفتی از الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب استفاده گردید. هم‌چنین جمعیت اولیه افراد در الگوریتم ژنتیک چندهدفه بر اساس تئوری آشوب ایجاد شد.

کلیدواژه‌ها: معاملات جفتی، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب، تئوری آشوب، رویکرد فاصله.

### ۱- مقدمه

در دهه‌های گذشته، پیشرفت‌های فناوری و علوم رایانه به بازارهای مالی الکترونیکی اجازه گسترش داده است. سرعت و کیفیت دسترسی به بازارهای مالی باعث شده تا شاخه‌ای از معاملات به نام معاملات الگوریتمی شکل گیرد. یک سیستم معاملاتی الگوریتمی از یک کامپیوتر برای تجزیه و تحلیل داده‌ها با استفاده از مدل‌های ریاضی پیشرفته و هم‌چنین برای تولید سیگنال‌های معاملاتی استفاده می‌کند. این سیستم می‌تواند برای شکل‌گیری تصمیم‌های معاملاتی یا بهینه‌سازی اجرای تصمیم‌ها طراحی شود. اصطلاح معاملات الگوریتمی طیف گسترده‌ای از استراتژی‌های معاملاتی را در برمی‌گیرد که برخی از آن‌ها به خوبی شناخته شده و به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند. مجموعه خاصی از معاملات الگوریتمی شامل

استراتژی‌هایی مانند آربیتراژ آماری است که تصمیم‌های معاملاتی را بر اساس انحراف از روابط تاریخی می‌گیرد. سود در آربیتراژ<sup>۱</sup> خالص قطعی است، درحالی‌که آربیتراژ آماری تصادفی بوده و برای سودآوری فقط به مقدار مورد انتظار بیش از تعداد کافی معاملات، نیاز دارد. متداول‌ترین رویکرد برای خانواده آربیتراژ آماری، استراتژی به نام معاملات جفتی است. بر اساس مطالعه ویدیامورثی [1] و کالدیریا و مورا [2]، معاملات جفتی اولین بار در اواسط دهه ۱۹۸۰ به وسیله گروه نانزیو تارتجلیا<sup>۲</sup> مورد استفاده قرار گرفت. ماموریت این گروه توسعه مکانیزم‌های آربیتراژ کمی با استفاده از روش‌های آماری بود. آن‌ها از روش‌های زیادی استفاده کردند، از جمله معاملات جفتی اوراق بهادار. آن‌ها جفت سهامی را شناسایی کردند که قیمت آن‌ها با هم حرکت می‌کرد. ایده اصلی در این استراتژی یافتن یک ناهنجاری در روابط بین سهام بود. اخیراً محبوبیت معاملات جفتی افزایش یافته و به یک استراتژی معاملاتی تبدیل شده است که مورد توجه صندوق‌های تامینی و سرمایه‌گذاران نهادی قرار گرفته است [3]. استراتژی معاملات جفتی شامل دو مساله تصمیم‌گیری اصلی است: ۱- تشکیل جفت<sup>۳</sup> و ۲- معاملات جفتی<sup>۴</sup>. در ادبیات هفت رویکرد برای معاملات جفتی وجود دارد. رویکرد فاصله، رویکرد هم‌انباشتگی، رویکرد تصادفی، رویکرد کنترل تصادفی، رویکرد کاپیولا<sup>۵</sup>، رویکرد پیش‌بینی‌های ترکیبی و یادگیری ماشین<sup>۶</sup> و رویکرد تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۷</sup>. هر رویکرد شامل قوانینی برای تشکیل جفت و معاملات است. علی‌رغم برخی تفاوت‌ها، همه روش‌ها مبتنی بر ایده قیمت (یا بازده) تعادلی هستند و انتظار می‌رود در صورت انحراف اسپرد از میانگین بلندمدت خود، به میانگین خود بازگردد؛ اما در واقعیت، این بازگشت همیشه اتفاق نمی‌افتد و پارامترهای فرآیند اسپرد امکان دارد به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای تغییر کند. در نتیجه، یک استراتژی معاملات جفتی صرفاً مبتنی بر ایده بازگشت به تعادل، امکان دارد سودآور نباشد. آزمایش‌های روی داده‌های بازار این دیدگاه را تایید می‌کند [4]. روش‌های موجود برای انتخاب جفت‌ها بستگی به شهود متخصص یا دستورالعمل‌های شمارشی فشرده تخمینی دارد. این امر نه تنها فرصت‌های معاملات را محدود به جفت‌های تک‌متغیره می‌کند، بلکه رویه‌های معمول انتخاب، اهداف متناقض را نمی‌توانند به‌درستی در نظر بگیرند. این مساله به تئوری پرتفوی مارکویتز شباهت‌هایی دارد که برای انتخاب سیستماتیک دارایی یک تعادل بین اهداف متضاد ریسک و بازده را بهینه‌سازی می‌کند. تشکیل جفت‌ها از دارایی‌های متعدد تحت چندین هدف نمی‌تواند با استفاده از روش‌های موجود انجام شود [5]. بر مبنای مطالعات گسترده خارجی و داخلی در حوزه معاملات جفتی، مشاهده می‌شود که به بازار سرمایه ایران به دلیل محرومیت از اعمال فروش استقرایی، چندان توجه نشده و تعداد محدودی از مطالعات داخلی، معاملات جفتی را بررسی کرده‌اند؛ از این رو، این پژوهش را نمونه کمتر کار شده‌ای در حوزه معاملات جفتی در بازار سرمایه ایران می‌توان دانست. مساله اصلی این تحقیق ارایه روشی است که ترکیب‌های جفتی چندمتغیره با در نظر گرفتن اهداف متناقض چندگانه را ایجاد کند. مساله در قالب یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط<sup>۸</sup> تدوین و به دلیل محدودیت‌های غیرمحدب و فضای حل نامایی از الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب<sup>۹</sup> برای به‌دست آوردن ترکیبات جفتی استفاده شد. در بهینه‌سازی مسایل پیچیده، روش‌های بهینه‌سازی دقیق غیرممکن است؛ بنابراین، از روش‌های جستجوی تصادفی برای دستیابی به یک پاسخ که به بهینه نزدیک باشد، استفاده می‌شود. در واقع در این روش‌ها پاسخ‌های مناسب برای حل مساله، در یک بازه زمانی قابل قبول به‌دست خواهند آمد، اما هیچ تضمینی جهت به‌دست آوردن بهترین پاسخ وجود ندارد. دلایل انتخاب الگوریتم *NSGA-II* نسبت به الگوریتم‌های تکاملی دیگر عبارت است از این که در رتبه‌بندی نسبت به سایر روش‌ها راه‌حل سریع‌تری دارد و پیچیدگی‌های محاسباتی قبلی از بین رفته است. با فرض این که  $M$  تعداد توابع هدف و  $N$  اندازه جمعیت است، پیچیدگی محاسباتی در الگوریتم‌های قبلی  $O(MN^3)$  بود، درحالی‌که در این روش  $O(MN^2)$  است [6]. هم‌چنین برای دستیابی به اهداف چندگانه، از نوع توسعه‌یافته الگوریتم *NSGA-II*، یعنی الگوریتم ژنتیک آشوبناک چندهدفه<sup>۱۰</sup> استفاده گردید. از آنجایی که میزان همگرایی در الگوریتم ژنتیک آشوبناک بیشتر از الگوریتم ژنتیک (*GA*) ساده می‌باشد؛ بنابراین، در این پژوهش از تئوری آشوب برای ایجاد جمعیت اولیه استفاده شد. نمونه معروف این سیستم، مدل جمعیتی نگاشت لاجستیک است. از ویژگی‌های نظریه آشوب می‌توان به خودسازمان‌دهی (انطباق با شرایط محیطی) در مسایلی با ماهیت پویا و خودآگاهی و حساسیت به شرایط اولیه اشاره کرد. برای آشوب‌سازی جمعیت در روش *CNSGA-II* کافی است که به‌جای مقدار تصادفی *rand*، از تابع آشوب نگاشت لاجستیک استفاده شود؛ بنابراین، جمعیت اولیه افراد در الگوریتم ژنتیک چندهدفه بر اساس تئوری آشوب ایجاد شد. به‌طورکلی هدف اجرای این تحقیق عبارت است از بررسی مدل تک‌هدفه در مقابل چندهدفه، به‌منظور تعیین این که چگونه معیارهای تشکیل جفت بر سودآوری تاثیر می‌گذارد.

<sup>1</sup> Arbitrage<sup>2</sup> Nanzio Tartgelia<sup>3</sup> Pair Formation (PF)<sup>4</sup> Pair Trading (PT)<sup>5</sup> Copula<sup>6</sup> Machine Learning

(ML)

<sup>7</sup> Principal Component Analysis (PCA)<sup>8</sup> Mixed-Integer Programming (MIP)<sup>9</sup> Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)<sup>10</sup> Chaotic-NSGA-II (CNSGA-II)

## ۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش ابتدا مفاهیم پژوهش توضیح داده می‌شود و در ادامه به مهم‌ترین تحقیقات داخلی و خارجی مرتبط با این پژوهش پرداخته می‌شود.

### ۲-۱- معاملات جفتی

در مرجع جامع معاملات جفتی<sup>۱</sup>، استراتژی معاملات جفتی این‌گونه تعریف شده است: معاملات جفتی، یک استراتژی سرمایه‌گذاری ارزش نسبی می‌باشد که به دنبال شناسایی دو شرکت با ویژگی‌های شبیه به یکدیگر است، به طوری که قیمت دارایی‌ها با روند قیمتی شبیه به یکدیگر در جریان باشد. هنگامی که یک ناهنجاری این فرآیند را مختل می‌کند، ارزش یک دارایی نسبت به میانگین تاریخی آن افزایش قیمت می‌یابد و دارایی دیگر کاهش قیمت می‌یابد. این استراتژی سرمایه‌گذاری، شامل خرید دارایی است که کاهش قیمت پیدا کرده و فروش استقراسی<sup>۲</sup> دارایی خواهد بود که قیمت آن افزایش پیدا کرده است. این موقعیت تا رفع این ناهنجاری حفظ خواهد شد. این استراتژی با ویژگی خنثی بودن نسبت به بازار اجرا می‌گردد [7].

#### ۲-۱-۱- جفت

ترکیبی از دو جزء که هر یک دارای سری‌های زمانی خاص خود می‌باشند و به شرح زیر است:

۱. در مورد تک متغیره، هر جزء از یک سهام تشکیل شده است.
۲. در مورد چندمتغیره، هر جزء دارای بیش از یک سهام است.
۳. جفت‌های شبه چندمتغیره که در آن یک جزء یک متغیره در برابر یک جزء چندمتغیره دیگر دارند.

#### ۲-۱-۲- اسپرد

در استراتژی معاملات جفتی، معامله‌گر به جای تمرکز بر روی روند هر دارایی، بر عملکرد نسبی دارایی‌ها تمرکز می‌کند. یکی از راه‌های بیان عملکرد نسبی جفت قیمت‌ها، استفاده از فرآیند اسپرد است. تفاوت قیمت بین اجزای خرید ( $L$ ) و فروش ( $S$ ) یک جفت را اسپرد گویند. قیمت‌های هر جزء صرفاً مجموع بردهای قیمت نرمال شده تشکیل دهنده آن‌ها هستند. مطابق با رابطه (۱) اسپرد  $d_t$  در زمان  $t$ ، تفاوت وزنی  $W$  قیمت‌های نرمال شده ( $A$ ) بین مولفه‌های خرید ( $L$ ) و فروش ( $S$ ) است.

$$d_t = \left( \sum_{i \in L} W_i A_{i,t} - \sum_{j \in S} W_j A_{j,t} \right), \quad t = 1 \dots m. \quad (1)$$

$W_i A_{i,t}$ : قیمت نرمال شده موزون جزء  $i$ th.

$W_j A_{j,t}$ : قیمت نرمال شده موزون جزء  $j$ th.

### ۲-۲- بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی

عمده مسایل بهینه‌سازی در دنیای واقعی معمولاً با ارایه بیش از چند هدف تعریف می‌گردند. برای حل این مشکلات، چندین معیار احتمالاً متناقض باید هم‌زمان ارایه شود. فرض کنیم  $f = \{f_1, \dots, f_m\}$  مجموعه‌ای از توابع هدف برای یک مساله است که در آن هر تابع هدف به صورت  $f_j: \text{ID} \rightarrow \mathbb{R}$ ، تعریف گردد. هم‌چنین فرض کنید که همه توابع باید کمینه شوند. ID مجموعه مقادیر احتمالی را برای بردار متغیرهای ورودی  $X = (X_1, \dots, X_n)$ ، تعیین می‌کند و اغلب به‌عنوان بازه‌ی تصمیم‌گیری ارجاع می‌شود. در ادامه مساله بهینه‌سازی چندهدفه<sup>۳</sup>، به صورت رابطه (۲) تعریف می‌گردد.

<sup>1</sup> The handbook of pairs trading

<sup>2</sup> Short selling

<sup>3</sup> Multi-objective Optimization Problem (MOP)

$$\min_{x \in \mathbb{D} \subseteq \mathbb{R}^n} f(x) = (f_1(x), \dots, \dots, \dots, f_m(x)). \quad (2)$$

توابع هدف یک بهینه‌سازی چندهدفه راه‌حل‌های  $\mathbb{D}$  را در فضای توابع دیگر رسم می‌کند که به آن‌ها بازه مساله می‌گویند. به‌طورکلی، با بیش از یک تابع هدف، راه‌حل بهینه، بهینه‌سازی چندهدفه در رابطه (۲) دیگر منحصر به فرد نیست، حتی اگر تابع هدف چند مدلی نباشد. وجود اهداف متضاد بیانگر این است که تلاش برای بهبود یک هدف منجر به نتایج بدتری برای اهداف دیگر می‌گردد؛ بنابراین، هدف از الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه، جستجوی راه‌حلی است که به یافتن راه‌حل‌های بهینه، بین اهداف مختلف یک مساله منجر شود. یکی از کاربردی‌ترین روش‌ها، استفاده از تئوری بهینه‌سازی پارتو<sup>۱</sup> و رابطه غلبه متناظر پارتو است [8].

غلبه پارتو: فرض کنید  $x$  و  $y$  دو راه‌حل بهینه‌سازی چندهدفه هستند که در رابطه زیر در بازه تصمیم‌گیری  $\mathbb{D}$  (که سور عمومی و سور وجودی در ریاضیات هستند) تعریف شده‌اند. پارتو  $x$  بر  $y$  غلبه می‌کند که به صورت  $x < y$  نمایش داده می‌شود، اگر و فقط اگر رابطه زیر برقرار باشد:

$$\text{For all } f_j \in F \quad f_j(x) \leq f_j(y), \quad \text{there exists } f_k \in F \quad f_k(x) < f_k(y).$$

### ۳-۲- رویکردهای مختلف استراتژی معاملات جفتی

روش‌های کمی مختلفی برای توسعه و به‌کارگیری استراتژی معاملات زوجی در ادبیات مطرح شده است. این رویکردها شامل رویکرد فاصله<sup>۲</sup>، رویکرد هم‌انباشته<sup>۳</sup>، رویکرد پیش‌بینی‌های ترکیبی و رویکرد تصادفی<sup>۴</sup> هستند که در این پژوهش از رویکرد فاصله استفاده شده است. در این رویکرد، نوسانات قیمتی جفت دارایی به‌عنوان مجموع مجذورات فواصل و یا به‌صورت فاصله قیمتی بین دو سری قیمت نرمال‌شده محاسبه می‌شود. به‌طورکلی، این رویکرد از یک رابطه آماری بین دو دارایی استفاده می‌کند. این مدل دارای مزیت عدم تاثیرپذیری از اشتباه در توضیح مدل و یا تخمین اشتباه است، اما این رویکرد ناپارامتریک از نظر توانایی در پیش‌بینی زمان هم‌گرایی یا دوره نگهداری مورد انتظار، دارای معایبی است. این‌که سطوح فاصله قیمتی و یا بازده‌های دو دارایی جفتی در طول زمان ایستا می‌باشد یکی از موضوعات اساسی در فرضیه‌های این رویکرد است که در دوره‌های کوتاه‌مدت یا فقط در میان گروه خاصی از دارایی‌های جفتی که مشخصات ریسک و بازده نزدیکی دارند، معتبر است. از معیارهای فاصله مانند مجموع مربعات فواصل<sup>۵</sup>، برای شناسایی جفت‌های مناسب به‌عنوان روش بدون پارامتر استفاده می‌شود. فقط جفت‌هایی که کمترین مقدار SSD را دارند، به دوره معاملاتی منتقل می‌شوند [5]. برجسته‌ترین مطالعه در حوزه یک متغیره توسط گنو و همکاران [9] ارائه شده است. از دیگر مطالعاتی که در خصوص این رویکرد وجود دارد می‌توان به پاپانداکیس و ویسوکی [10]، دو و فاف [4] و انگلبرگ و همکاران [11] اشاره نمود. در این مطالعات SSD بازده‌های تجمعی بین هر جزء برای کلیه ترکیبات جفتی ممکن در طی یک دوره شکل‌گیری ۱۲ ماهه محاسبه می‌شود. فقط جفت‌هایی که کمترین مقدار SSD را دارند، به دوره معاملاتی منتقل می‌شوند.

### ۴-۲- پیشینه پژوهش

ما و اسلپاکزوک [12] پژوهشی با عنوان سودآوری استراتژی‌های معاملات جفتی در بازار سهام هنگ‌کنگ: روش‌های فاصله، هم‌انباشتگی و همبستگی انجام دادند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که این سه روش در بازار سهام هنگ‌کنگ سودآور هستند و می‌توانند با توجه به معیارهای بازده تعدیل‌شده با ریسک، بازار را شکست دهند. چن و همکاران [13] یک رویکرد بهینه‌سازی پیشرفته برای استراتژی معاملاتی جفتی کوتاه‌مدت بر اساس ضرایب همبستگی و باندهای بولینگر را مورد بررسی قرار دادند. در این رویکرد، باندهای بولینگر ژنتیکی و استراتژی معاملاتی جفت مبتنی بر ضریب همبستگی (GBCPT) از فناوری بهینه‌سازی برای تعیین پارامترهای جفت‌های کاندید مبتنی بر همبستگی و کشف سیگنال‌های معاملاتی مبتنی بر باندهای بولینگر استفاده می‌کند. از ضرایب همبستگی برای محاسبه رابطه بین دو سهم از طریق قیمت‌های تاریخی آن‌ها استفاده می‌شود و باندهای بولینگر شاخص‌هایی هستند که از میانگین متحرک و انحراف استاندارد سهم تشکیل شده‌اند. آزمایش‌ها بر روی ۴۴ سهم انتخاب‌شده از شاخص ۵۰ سهم برتر تایوان انجام شده است که شایستگی و اثربخشی رویکرد پیشنهادی را نشان می‌دهد. لو و همکاران [14] به بررسی استراتژی

<sup>1</sup> Pareto

<sup>2</sup> Distance

<sup>3</sup> Cointegration

<sup>4</sup> Stochastic

<sup>5</sup> Sum of Squared Differences (SSD)

معاملاتی جفتی آگاه از شکست ساختاری با استفاده از یادگیری تقویتی عمیق پرداختند. در این پژوهش، یک چارچوب بهینه‌سازی استراتژی معاملات جفتی دو فازی، یعنی استراتژی معاملات جفتی آگاه ساختاری (SAPT) با استفاده از تکنیک‌های یادگیری ماشین طراحی شده است. فاز اول یک مدل ترکیبی است که ویژگی‌های حوزه فرکانس و زمان را برای تشخیص شکست‌های ساختاری استخراج می‌کند. فاز دوم با تشخیص ریسک‌های مهم، از جمله شکست‌های ساختاری و ریسک‌های بسته شدن بازار، با یک مدل یادگیری تقویتی جدید، استراتژی معاملات جفتی را بهینه می‌کند. راموس-رکوانا و همکاران [15] پژوهشی با عنوان نکاتی در مورد تشکیل جفت در معاملات جفتی انجام دادند. هدف اصلی پژوهش آن‌ها معرفی مدل‌های مختلف برای محاسبه مقدار پولی است که باید به هر سهم در یک تکنیک آربیتراژ آماری به نام معاملات جفتی تخصیص یابد. چهار روش برای تخصیص بهینه پیشنهاد شده است. این روش‌ها بر اساس فاصله، همبستگی، هم‌انباشتگی و بازگشت به میانگین هستند. یافته‌های پژوهش نشان داده است که روش‌های جدید نسبت به یک استراتژی هم‌وزن، باعث بهبود نتایج به دست آمده می‌شوند. گلدکمپ و دهقانی محمد آبادی [5] مدل بهینه‌سازی تکاملی چندهدفه را برای معاملات جفتی چندمتغیره ارائه کردند. نتایج آن‌ها نشان داد استراتژی معاملات جفتی چندهدفه و چندمتغیره در مقایسه با استراتژی معاملات جفتی تک‌هدفه و تک‌متغیره سنتی برتری دارد. باجلان و همکاران [16] پژوهشی با عنوان معاملات جفتی در بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر مدل گارچ انتقال ملایم انجام دادند. جامعه آماری این پژوهش ۳۶ بازده روزانه سهام در بورس اوراق بهادار تهران است. سپس ده جفت از این سهام را انتخاب و از روش حداقل مربعات فواصل و پنج جفت از یک بخش صنعتی استفاده شده است. در نهایت، استراتژی ۱ و استراتژی ۲ در دوره خارج از نمونه بازده مثبت داشته و بازدهی بالاتری نسبت به استراتژی غیرفعال دارند. هاک [17] حساسیت پارامترهای استراتژی معاملات جفتی را بر اساس رویکرد فاصله مورد مطالعه قرار داد. او دریافت که روش حداقل فاصله نسبت به تغییرات در طول دوره شکل‌گیری بسیار حساس است؛ بنابراین، تعدیل معقول پارامترهای معاملاتی ممکن است بازده اضافی ایجاد کند. براهیمی پور و داودی [18] به بررسی سودآوری استراتژی معاملات جفتی مبتنی بر سیستم فضای خطی و فیلتر کالمن در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. استراتژی معاملات جفتی آن‌ها بر پایه توصیف فرآیند قابل مشاهده یعنی باقی‌مانده‌های مدل هم جمعی برحسب یک فرآیند غیرقابل مشاهده با خاصیت بازگشت به میانگین و یک مدل حالت-فضا قرار دارد. مرادپور و دستوری [19] کاربرد معاملات الگوریتمی و پایداری در بازار رمزارز را مورد بررسی قرار دادند. داده‌های تحقیق آن‌ها به صورت روزانه بوده و از روش تجزیه و تحلیل  $R/S$  و هم‌انباشتگی کسری به منظور تجزیه و تحلیل استفاده کرده‌اند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان می‌دهد که این بازار از پایداری برخوردار می‌باشد. استفاده از الگوریتم‌های معاملاتی مبتنی بر حافظه بازار و هم‌انباشتگی، پتانسیل ایجاد سود را دارد و توسعه مدل‌ها و الگوریتم‌ها قادر است به سرمایه‌گذاران در ایجاد بازده کمک کند و از سوی دیگر منجر به کارایی بازار در بلندمدت شود. دستوری و مرادپور [20] در پژوهشی به بهینه‌سازی الگوریتم معاملات جفتی پرسامد با استفاده از تلفیق الگوریتم ژنتیک و کنترل فرآیند آماری فازی پرداختند. با توجه به نتایج پژوهش آن‌ها مدل کنترل فرآیند آماری فازی و الگوریتم ژنتیک در مقایسه با مدل‌های قبلی افزایش قابل توجهی در متوسط بازدهی داشته است. جلیلیان و طاهرخانی [21] پژوهشی با عنوان بررسی استراتژی معاملات جفتی در بازار سهام ایران انجام داده‌اند. برای شناسایی جفت سهام، دوره تشکیل یک سال را در نظر گرفته‌اند. به منظور شناسایی و انتخاب جفت سهام از آزمون همبستگی، آزمون پایایی و آزمون روابط بلندمدت استفاده کرده‌اند. در کل با توجه به دوره زمانی تحقیق ۱۱ دوره تشکیل و معامله ایجاد شد. نتایج آن‌ها حاکی از قابل اجرا و سودآور بودن استراتژی در اکثر سال‌ها بوده است. طادی و همکاران [22] استراتژی معاملات جفتی با رویکرد فاصله‌ای را در بورس اوراق بهادار تهران مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها به منظور به‌کارگیری این استراتژی، زوج سهام‌ها از صنعت استخراج کانه‌های فلزی و داده‌های قیمت در بازه زمانی مربوط به سال ۱۳۹۵ را انتخاب کردند. سپس با اعمال استراتژی جفتی و پس‌آزمایی آن، عملکرد استراتژی معاملات جفتی با استراتژی خرید و نگهداری مقایسه شده است. نتایج پژوهش آن‌ها نشان می‌دهد که با فرض وجود سیستم فروش استقرایی و در محدوده آستانه مطلوب، بازدهی معاملات جفتی از استراتژی خرید و نگهداری بیشتر خواهد بود. رستگار و صداقتی‌پور [23] سیستم معاملات الگوریتمی را برای قرارداد آتی سکه مبتنی بر داده‌های درون روزی را ارائه کردند. آن‌ها از ۸ ابزار تکنیکال جهت سیگنال‌دهی در سیستم معاملات استفاده کردند. برای ایجاد سیستم معاملاتی از الگوریتم MOPSO با هدف بهینه‌سازی دو تابع بازدهی و ارزش در معرض خطر شرطی بهره گرفتند. پاکیزه و حبیبی [24] در پژوهشی به مقایسه سودآوری استراتژی معاملات جفتی بین طبقات مختلف دارایی پرداختند. روش‌هایی که در این پژوهش بررسی شده است، شامل روش کمترین فاصله، روش آزمون دیکی-فولر تعمیم‌یافته و آزمون علیت گرنجری و روش بر پایه رگرسیون خطی است. بر مبنای مطالعات گسترده داخلی و خارجی این حوزه، مشاهده می‌شود که بازار سرمایه ایران به دلیل محدودیت از اعمال فروش استقرایی، چندان توجه نشده و تعداد معدودی از پژوهش‌های داخلی، معاملات جفتی را بررسی کرده‌اند؛ از این رو، می‌توان این پژوهش را نمونه‌ای کمتر کار شده‌ای در حوزه معاملات جفتی در بازار سرمایه ایران دانست. مطالعات خارجی نیز در حوزه تشکیل جفت تک‌متغیره و بهینه‌سازی پرتفوی زیاد کار کرده‌اند، ضمن این‌که به هریک از این حوزه‌ها در مطالعات مستقل پرداخته‌اند؛ بنابراین، در این پژوهش تلاش گردید روشی ارائه شود که با تمرکز بر رویکرد فاصله،

ترکیب‌های جفتی چند متغیره با در نظر گرفتن اهداف متناقض چندگانه را ایجاد کند و علاوه بر این دو مساله تشکیل جفت و معاملات جفتی در یک چارچوب یکپارچه و در کنار هم موردبررسی قرار گیرد.

### ۳- روش پژوهش

پژوهش حاضر به لحاظ هدف کاربردی و در حوزه پژوهش‌های توصیفی است. در خصوص داده‌های مورد استفاده، نوع داده‌ها تاریخی بوده و به منظور دستیابی به هدف پژوهش از آن‌ها استفاده می‌شود. از سوی دیگر تحقیق حاضر به لحاظ معرفت‌شناسی تجربه‌گرا و به لحاظ سبک مطالعه کتابخانه‌ای پس‌رویدادی است. جامعه آماری این پژوهش تمامی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است. شرکت‌های لیست‌شده در فهرست ۳۰ نماد برتر بورس اوراق بهادار تهران به‌عنوان نمونه انتخابی، موردبررسی قرار گرفته‌اند.

#### ۳-۱- الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II)

یکی از الگوریتم‌های تکاملی نخبه‌گرا است که توسط دب و همکاران [25] ارایه شده است. برای راه‌اندازی الگوریتم نیاز است پارامترهای الگوریتم مقداردهی شوند که این پارامترها عبارتند از ۱- انتخاب اندازه جمعیت اولیه ( $pop\_size$ )، ۲- احتمال عملگر تقاطع ( $p_c$ )، ۳- احتمال عملگر جهش ( $p_m$ ) و ۴- حداکثر تکرار ( $Gen$ ). در این الگوریتم ابتدا بایستی با استفاده از جمعیت والدین ( $P_t$ )، جمعیت فرزندان ( $Q_t$ ) ساخته شود. در این مرحله به جای استفاده از جواب‌های نامغلوب فرزندان، جمعیت فرزندان و جمعیت والدین را با یکدیگر ادغام می‌کنیم و جمعیت  $R_t$  با  $2N$  عضو شکل می‌گیرد. سپس از یک مرتب‌سازی نامغلوب برای طبقه‌بندی تمام جمعیت  $Q_t$  استفاده می‌گردد. سرانجام بعد از تمام شدن این مرحله دسته‌های متفاوتی ایجاد می‌شود که تعداد آن‌ها در بازه 1 تا  $2n$  قرار می‌گیرد. بعداً این مرحله تعداد عضو از مجموعه اعضا انتخاب شده و نسل بعدی را شکل می‌دهند. قابل ذکر است که در این الگوریتم انتخاب و مقداردهی جمعیت اولیه تصادفی است. بعد از ایجاد جمعیت اولیه و جای‌گذاری در سطوح متفاوت با توجه به درجه نامغلوبی آن‌ها، جواب‌ها با یکدیگر ترکیب می‌شوند و جمعیت جدید را به وجود می‌آورند [26].

#### ۳-۲- تعریف مساله

همان‌طور که گفتیم استراتژی معاملات جفتی شامل دو مساله تصمیم‌گیری اصلی است: ۱- تشکیل جفت ( $PF$ ) و ۲- معاملات جفتی ( $PT$ ). ما مساله  $PF$  را در زیر تعریف می‌کنیم.

مساله  $PF$ : با توجه به مجموعه‌ای از  $n$  سهم، وزن‌ها را طوری به یک زیرمجموعه اختصاص می‌دهیم که اسپرد بین جزء خرید و فروش حاصله که هر یک از  $v$  سهم تشکیل شده است، سود بالقوه بالایی را نشان دهد.

##### ۳-۲-۱- متغیرهای تصمیم‌گیری

برای انتخاب یک مجموع از  $n$  سهم موجود، آن‌هایی که متعلق به هر جزء خرید/فروش از یک جفت هستند، توسط بردارهای بولی  $X^c \in \mathbb{B}^{n \times 1}$  نشان داده می‌شود که  $c \in L, S$  و  $L$  جزء خرید و  $S$  جزء فروش را نشان می‌دهند. وزن‌های مربوطه که به هر سهم انتخابی در اجزای خرید یا فروش یک جفت اختصاص داده می‌شود، توسط بردارهای حقیقی مثبت  $W^c = \mathbb{R}_+^{n \times 1}$  نشان می‌دهیم؛ بنابراین، چهار بردار کلی از درجه  $n$  به‌عنوان متغیرهای تصمیم‌گیری وجود دارد.

##### ۳-۲-۲- محدودیت‌ها

اندازه برای هر جزء از یک جفت توسط محدودیت زیر کنترل می‌شود که در آن 1، بردار  $1 \times n$  آن‌ها است. این محدودیت تضمین می‌کند که تعداد سهام انتخاب شده، کران پایین  $\ell$  و کران بالای  $u$  را برآورده می‌کند.

$$\ell \leq X^c 1 \leq u.$$

برای جلوگیری از تعلق سهام به هر دو جزء خریدوفروش، محدودیت زیر به هر  $X_j^L + X_j^S \leq 1$  for all  $j \in 1 \dots n$  نیاز دارد. سهام انتخاب شده می‌تواند به جزء خرید یا فروش یک جفت تعلق داشته باشد، اما نمی‌تواند به هر دو جزء متعلق باشد.

$$X^L + X^S \leq 1.$$

تمام وزن‌ها برای سهام در هر جزء بین  $0 \leq W_j^c \leq 1$  متغیر است، درحالی‌که وزن آن دسته از سهام انتخاب نشده  $W_j^c = 0$  در نظر گرفته می‌شوند. این امر با محدودیت زیر انجام می‌شود؛ اگر دارایی برای جزء  $c$  انتخاب نشده باشد،  $W_j^c = 0$  است. وزن بیشتر از یک می‌تواند موقعیت اهرمی را به وجود آورد که در این پژوهش در نظر گرفته نشد.

$$0 \leq W^c \leq X^c.$$

آخرین محدودیت تضمین می‌کند که وزن مجموع سهام داخل هر جزء به یک برسد. با این کار، این محدودیت مقادیر مساوی از سرمایه را، به هر طرف جفت تخصیص می‌دهد. این محدودیت از مواردی جلوگیری می‌کند که دو برابر سرمایه نسبت به طرف خرید یک جفت، به طرف فروش اختصاص داده شود.

$$X^c 1 = 1.$$

مجموعه‌ای از اهداف به جای تجمیع آن‌ها در یک مقدار بهینه می‌شوند. بردار  $f = [f_1, f_2, \dots, f_k]$ ، مجموعه‌ای از توابع اهداف چندگانه را برای حداقل شدن روی خصوصیات مساله نشان می‌دهد.

### ۳-۲-۳- مدل تشکیل جفت (PF) چندهدفه عمومی

رابطه (۳) نمایش چندهدفه از مدل تشکیل جفت چندمتغیره را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f = [f_1, f_2, \dots, f_k], \\ & \text{subject to } \ell \leq X^c 1 \leq u, \\ & X^L + X^S \leq 1, \\ & 0 \leq W^c \leq X^c, \\ & X^c 1 = 1, \\ & \text{and } c \in \{L, S\}, \\ & X^c \in \mathbb{B}^{n \times 1}, \\ & W^c \in \mathbb{R}_+^{n \times 1}. \end{aligned} \tag{۳}$$

در این پژوهش اسپرد به منظور ساده‌سازی علامت‌گذاری در توابع هدف، به صورت بردار محاسبه می‌شود.  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  را ماتریس قیمت نرمال شده برای  $n$  سهم در میان  $m$  مشاهده قیمت در نظر می‌گیریم و  $d \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ ، بردار اسپرد حاصله برای دوره تشکیل جفت با طول  $m$  می‌باشد. بردار اسپرد  $d$ ، همان‌طور که در رابطه (۴) نشان داده شده، حاصل ضرب  $A$  برای دارایی‌های انتخاب شده  $X^c$  در تفاضل وزن مربوطه  $W^c$  است. این رابطه، هم‌چنین مدل را ساده می‌کند زیرا هر دو جزء محدود به وزن‌های غیرمنفی هستند.

$$d = A' W^L - W^S. \tag{۴}$$

مجموع مربعات فواصل (SSD): در روش فاصله نوسان‌های قیمتی جفت دارایی به صورت فاصله قیمتی و یا مجموع مربعات اختلاف‌ها بین دو سری قیمت نرمال شده محاسبه می‌شود. SSD در مطالعاتی مانند گتو و همکاران [9] استفاده شده است و صرفاً یک تخمین حداقل مربعات یا (نرم ۲) بردار اسپرد است.

تعداد دفعات عبور از صفر<sup>۲</sup> (NZC): در بعضی از تکنیک‌ها، معیار اضافی برای تعداد دفعات عبور اسپرد از صفر (NZC) استفاده می‌شود، همان‌طور که در رابطه (۵) نشان داده شده است.

$$NZC = \sum_{t=2}^m [\text{sgn } d_t \neq \text{sgn } d_{t-1}]. \tag{۵}$$

<sup>۱</sup> ℓ2-norm

<sup>۲</sup> Number of Zero-Crossings (NZC)



## ۴-۲-۳- مدل تک‌هدفه معیار (BS)

دو هدف  $NZC$  و  $SSD$  بسیار همبستگی دارند؛ بنابراین، این دو هدف ترکیب می‌شوند و مدل تک‌هدفه اصلی که در رابطه (۶) ارائه شده را شکل می‌دهند [5]. ما از این مدل به‌عنوان مدل تک‌هدفه معیار<sup>۱</sup> استفاده می‌کنیم.

$$f_{BS} = [\|d\|_2, -NZC]. \quad (6)$$

## ۵-۲-۳- مدل چندهدفه فاصله (DM)

مدل چندهدفه فاصله<sup>۲</sup> برخلاف معیار جستجوی پایین‌تر از سطح بهینه، تنها جفت‌های چندمتغیره را پیدا می‌کند. مدل بهبودیافته به یک معیار برای هدف حداکثرسازی سودآوری و معیاری دیگر برای هدف به حداقل رساندن ریسک انحراف پایدار اسپرد یک جفت احتیاج دارد. در این‌جا از حداکثرسازی نوسان‌پذیری اسپرد ( $\sigma_d$ ) به‌جای به حداقل رساندن  $SSD$  می‌توان استفاده کرد. هدف سوم برای حداقل‌سازی بزرگی اسپرد نهایی (در روز  $m$ ) اغلب برای جلوگیری از اسپردهایی که از میانگین خیلی فاصله گرفته‌اند، معرفی شده است [5]. مجموعه سه هدف در رابطه (۷) نشان داده شده است که در پژوهش ما به‌عنوان مدل چندهدفه فاصله در نظر گرفته می‌شود.

$$f_{DM} = [-\sigma_d, -NZC, |d_m|]. \quad (7)$$

## ۳-۳- روش چندهدفه پیشنهادی

الگوریتم ژنتیک یک روش مبتنی بر جمعیت است که به‌طور سودمندی متغیرهای گسسته و پیوسته را مدیریت می‌کند، بنابراین برای مساله  $PF$  در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری رایج، مناسب‌تر است. همان‌طور که توسط دانو و همکاران [27] و سونمز و بتمیر [28] توضیح داده شده است، انعطاف‌پذیری بیشتری در طراحی محدودیت‌ها با الگوریتم ژنتیک و پتانسیل موازی‌سازی برای محاسبات در مقیاس بزرگ وجود دارد. هم‌چنین در مطالعه طاهر و اسمیت [29] اشاره شده است که الگوریتم ژنتیک به‌طور مؤثری مسایلی را که دارای فضاهای جستجوی نمایی و نویزی هستند، مانند مساله  $PF$  کنترل می‌کند. ما مساله  $PF$  را با تشکیل جمعیتی از جفت‌های کاندید با ویژگی‌های اسپرد سودآور از طریق استفاده از یک الگوریتم ژنتیک آشوبناک چندهدفه به‌نام  $Chaotic-NSGA-II$  (CNSGA-II) حل می‌کنیم. همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز بیان گردید، به کارگیری نظریه آشوب در الگوریتم ژنتیک می‌تواند همگرایی را افزایش دهد؛ بنابراین، در روش چندهدفه پیشنهادی نیز از این نظریه استفاده می‌شود.

دلایل استفاده از الگوریتم  $CNSGA-II$  بدین شرح است: اولاً، هنگام ترکیب کردن آن‌ها در یک تابع هدف خطی یا غیرخطی، باید مراقب نرمال‌سازی چندین هدف در یک واحد اندازه‌گیری بود.  $CNSGA-II$  نسبت به چنین تفاوت‌هایی قوی‌تر است، زیرا کاندیدها بر اساس معیارهای جبهه پارتو<sup>۳</sup> ارزیابی می‌شوند. ثانیاً، مدل‌های حداکثر وزنی، تصمیم‌گیرنده را ملزم می‌کنند که مقداری را برای تعیین هر وزن انتخاب کنند. تنظیمات کوچک در وزن هدف می‌تواند به انواع راه‌حل‌های بسیار متفاوت منجر شود.  $CNSGA-II$  امکان تعویض توابع هدف مختلف را برای آزمایش طیف وسیعی از مدل‌ها با کمترین تلاش می‌دهد. در نهایت، یک رویکرد وزنی تنها یک راه‌حل را بر می‌گرداند، اما استراتژی معاملات جفتی از داشتن مجموعه کاملی از جفت‌های کاندید برای معامله سود می‌برد.  $CNSGA-II$  با بهبود جمعیت متنوعی از کاندیدها، راه‌حل‌های پارتو را بر می‌گرداند که به‌دلیل تنوع راه‌حل‌ها، به‌خوبی به معاملات جفتی کمک می‌کند. در واقع تصمیم‌گیرنده طیف وسیعی از فرصت‌های معاملاتی (راه‌حل) را برای انتخاب به‌جای تنها یک راه‌حل دارد.

ژنوتیپ<sup>۴</sup>: مجموعه‌ای از متغیرهایی که بر روی آن‌ها تقاطع و جهش انجام می‌شود. متغیرهای یک ژنوتیپ ژن‌ها نامیده می‌شوند. کروموزوم‌ها مجموعه ژن‌هایی هستند که انواع مختلفی از متغیر تصمیم را نشان می‌دهند.

<sup>1</sup> Benchmark Single-objective (BS) model

<sup>2</sup> Distance Multi-objective (DM) model

<sup>3</sup> Pareto front

<sup>4</sup> Genotype



می‌شود، معمولا در فاصله  $0.8 < p_C < 1$  قرار دارد. والدینی که از عملگر تقاطع عبور نمی‌کنند، عینا به نسل آتی منتقل می‌شوند. انتخاب جواب‌ها برای انتقال مستقیم به نسل آینده می‌تواند به شکل تصادفی صورت گیرد و یا اینکه بهترین جواب‌های نسل پالایش‌شده به نسل آتی منتقل شوند. رویکرد انتقال بهترین جواب‌ها به نسل جدید، اصطلاحا نخبه‌گرایی نامیده می‌شود. در طی فرایند انتخاب احتمال اینکه بهترین کروموزوم انتخاب و وارد دسته تولید مثل شود، بسیار زیاد است. با این حال با استفاده از نخبه‌گرایی می‌توان احتمال هر نوع از دست دادن اطلاعات را در طی فرآیند جهش از بین برد و علاوه بر آن، زمان اجرا نیز کمتر می‌شود. بدین منظور، اولین یا تعداد کمی از بهترین کروموزوم‌های جمعیت فعلی، مستقیما در جمعیت جدید قرار می‌گیرند و باقی‌مانده‌ی کروموزوم‌ها نیز، با روش‌های بیان شده انتخاب می‌شوند. هم‌چنین، می‌توان آن دسته از افراد جمعیت که برای تولید مثل انتخاب نمی‌شوند یا توسط جهش آسیب می‌بینند را کنار گذاشت. این امر به طور محسوسی عملکرد الگوریتم ژنتیک را بهبود می‌بخشد. عملگر جهش از گرفتار شدن الگوریتم در دام نقاط بهینه‌ی محلی جلوگیری می‌کند. یک پارامتر مهم در اجرای عملگر جهش مفهوم نرخ جهش است که مشخص می‌کند چه نسبتی از جواب‌ها باید تحت تاثیر عملگر جهش قرار بگیرند. اگر هیچ جهشی وجود نداشته باشد، فرزندان حاصل از عملگر تقاطع بدون هرگونه تغییری به نسل آینده منتقل می‌شوند و چنانچه نرخ جهش برابر با  $p_m = 0.1$  باشد،  $10\%$  از جواب‌های حاصل از تقاطع به کمک عملگر جهش تغییر می‌کنند. نرخ تقاطع نباید زیاد باشد، وگرنه الگوریتم ژنتیک به جستجوی تصادفی تغییر ماهیت می‌دهد [30].

اگرچه  $\alpha$ ،  $\theta$  و  $\beta$  مقادیری بین  $[0, 1]$  دارند، اما این که بهترین ساختار را برای کروموزوم به دست آوریم اهمیت بالایی دارد. برای مثال  $\alpha = 0.1$  و  $\theta = [0.9, 0.95]$  را با  $\alpha = 0.2$  و  $\theta = [0.2, 0.2]$  در نظر بگیرید. هر دو والد مقادیر  $\alpha$  کوچکی دارند که اندازه اجزای کوچک را نشان می‌دهد (در این مورد هر کدام دو سهام). تقاطع بین کروموزوم‌های  $\alpha$  و  $\theta$  می‌تواند فنوتیپ‌های بسیار متفاوتی را به همراه داشته باشد که اندازه اجزای آن‌ها تقریبا دو برابر شده است، حتی اگر هر دو والد اندازه اجزای کوچکی داشته باشند. بیشتر تلاقی‌های بین کروموزومی منجر به نويز تصادفی می‌شوند و برای ایده‌های کلیدی پشت الگوریتم ژنتیک نتیجه معکوس خواهند داشت. با توجه به دو والد،  $P1$  و  $P2$ ، روش تقاطع تنها روی  $\alpha$ ،  $\theta$  یا  $\beta$  با احتمالات زیر عمل می‌کند. توجه داشته باشید که اگر اندازه‌های اجزایی که باید متقاطع شوند یکسان است، برای جلوگیری از افزونگی،  $p(\alpha) = 0$  را اختصاص می‌دهیم.

$$\{p(\alpha), p(\theta), p(\beta)\} = \begin{cases} \left\{0, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right\}, & \text{if } \hat{\alpha}_{p_1} = \hat{\alpha}_{p_2}, \\ \left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{2}{5}\right\}, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

تنها مکانیزمی که تاکنون کاوش را به فضای جستجوی سهام اضافه می‌کند، مرحله بازسازی در صورت افزایش اندازه یک جزء است. جهش بیشتر کاوش را با بهینه‌سازی  $\alpha$ ،  $\theta$  یا  $\beta$  به طور جداگانه با همان احتمالات کروموزوم خاص مانند تقاطع، سوق می‌دهد. کانونولوشن<sup>۱</sup> استاندارد گاوسی برای  $\alpha$  و  $\beta$  با انحراف معیار  $0.15$  استفاده می‌شود. تصادفی‌سازی اعداد صحیح وزن‌دار برای  $\theta$  انتخاب شده است که هدف آن جایگزینی سهام کم‌وزن با شاخص‌ها و وزن‌های جدید است. هم‌چنین لازم است سناریوی دیگری برای جبهه پارتو معرفی شود که از تعلق جفت‌هایی با مقادیر سازگاری یکسان و دارایی‌های جزء، به یک مرز جلوگیری کند. اگر هم مقادیر سازگاری و هم سهام اجزا یکسان باشند، یک راه‌حل  $f^a$  بر  $f^b$  غالب می‌شود. هم‌چنین از همگرایی الگوریتم به یک بهینه محلی جلوگیری می‌کند، زیرا در صورت حذف، ممکن است چندین نسخه از یک جفت اما با وزن اجزای مختلف در جبهه پارتو وجود داشته باشد و برای نسل‌های بعدی حفظ شود. در این پژوهش از جمعیت  $50$  نفری با نرخ لقاح  $0.8$  و نرخ جهش  $0.4$  استفاده شده است. الگوریتم زمانی خاتمه می‌یابد که تعداد جفت‌های متعلق به اولین جبهه پارتو در هر نقطه بین حداقل  $50$  و حداکثر  $150$  نسل به مقدار  $50$  برسد. این پارامترها یا بر اساس روش معمول یا آزمون‌وخطا انتخاب شدند. به طور خاص، بسیاری استدلال می‌کنند که نرخ جهش  $0.4$  برای یک الگوریتم ژنتیک بسیار بالا است، اما این نرخ جهش برای فضای جستجوی گسسته بزرگ سهام مفید خواهد بود. همگرایی سریع‌تر نیازمند کاهش بار در هنگام شبیه‌سازی هر مدل در این آزمایش‌ها است.

<sup>1</sup> Convolution

## ۴- یافته‌های پژوهش

## ۴-۱- مجموعه داده‌ها

در این پژوهش به منظور بررسی استراتژی معاملات جفتی از قیمت‌های پایانی روزانه سهام بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. داده‌ها از نرم‌افزار *TSE Client* استخراج شده است. مجموعه داده‌ها در برگیرنده داده‌های روزانه از اردیبهشت‌ماه سال ۱۳۹۸ تا انتهای اردیبهشت‌ماه سال ۱۴۰۰ می‌باشد. جزئیات پیاده‌سازی در دنیای واقعی مانند هزینه‌های تراکنش، هزینه‌های وام، مالیات، اقدامات شرکتی و لغزش تجاری مستثنی شده‌اند، زیرا فاقد رفتار ثابت در ادبیات هستند. در این مقاله فرض بر این است که در ابتدای دوره معاملاتی هیچ سهمی در اختیار نداریم. پس استراتژی معاملات جفتی بدون این‌که فروش استقراسی در نظر گرفته شود، اجرا گردیده است؛ بنابراین، اگر برای سهمی در ابتدا سیگنال فروش صادر شود آن سیگنال را در نظر نگرفته و در سیگنال معاملاتی بعدی اقدام به خرید می‌شود. داده‌ها از ۳۰ نماد برتر بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده‌اند. تمام قیمت‌ها در شروع دوره شکل‌گیری نسبت به ۱ نرمال گردید. فضای جستجوی محدود روش‌های تک‌متغیره، فرصت‌های بالقوه معاملات را محدود می‌کند. با توجه به  $n$  سهم مختلف، رابطه (۹) تعداد ترکیبات جفتی  $P$  را برای اندازه‌های جزء  $n$  تا  $n$  افزایش یافته، معین می‌کند. تشکیل یک جفت از دو جزء چند متغیره منحصر به فرد را می‌توان به‌عنوان ترکیبی از ترکیباتی که به‌صورت نمایی رشد می‌کنند، در نظر گرفت.

$$P = \left( \sum_{v=1}^n \binom{n}{v} \right) \quad (9)$$

## ۴-۲- آزمایش تجربی

ما مدل تک‌هدفه معیار  $(BS)$  و چندهدفه فاصله  $(DM)$  را که در بخش قبل فرموله شده است با دیدگاه‌های متفاوتی آزمایش می‌کنیم. نتایج برای اولین بار بر اساس جفت مستقل تجزیه و تحلیل می‌شود و نتایج جفت‌های "همگرا" و "منقضی شده" در جدول ۱ و جدول ۲ تفسیر شده است. برای بررسی کارایی شامل اجزاء چندمتغیره در یک استراتژی معاملات جفتی، محدودیت اندازه را در مدل  $DM$  با  $u = \ell = v$  برابر قرار می‌دهیم به طوری که کران‌های اندازه جزء جفت برای هر نوع را با  $v \in \{1, 2, \dots, 7\}$  برابر قرار می‌دهیم که هفت مدل مختلف را ایجاد می‌کند. یک مدل، تک‌متغیره و مدل‌های دیگر چندمتغیره می‌باشند. سه تابع هدف مشابه مدل  $DM$  در همه این مدل‌ها به اشتراک گذاشته شده است. برای هر دوره تشکیل،  $CNSGA-II$  ده بار مختلف اجرا می‌شود تا جمعیت کافی از جفت‌های کاندید را به فاز معاملاتی عرضه کند. از آنجایی که برخی از راه‌حل‌ها در یک دوره تشکیل ممکن است بیش از حد مشابه باشند، یک روش مرتب‌سازی نهایی جفت‌های مشابه را در همان دوره حذف می‌کند. در صورتی که حداقل ۷۵٪ اجزای تشکیل دهنده یک جفت با جفت دیگری مطابقت داشته باشد یا اگر جزء خرید یا فروش یک جفت دقیقاً با جزء خرید یا فروش جفت دیگر مطابقت داشته باشد، آن جفت حذف می‌شود. برای کل دوره آزمون، تعداد جفت‌های کاندید  $P$  برای هر دوره تشکیل  $P \leq 30$  است که به مجموع  $P \leq 360$  برای کل بک‌تست<sup>۱</sup> منجر می‌شود.  $CNSGA-II$  و تمامی مدل‌ها در نرم‌افزار متلب کدنویسی شدند. پارامترهای معاملاتی در دو مدل تک‌هدفه معیار و چندهدفه فاصله یکنواخت هستند. آستانه‌های باز شدن به میانگین اسپرد جفت  $\mu_d$  و انحراف استاندارد  $\sigma_d$  به دوره شکل‌گیری بستگی دارد. این آستانه‌ها بر روی  $\mu_d \pm 1.5\sigma_d$  و با آستانه بسته شدن  $\mu_d$  تنظیم شده‌اند. یک جفت ۱۰۰ روز فرصت دارد تا قبل از دور انداختن به سیگنال باز برسد. در صورت باز شدن، دوره همگرایی مجاز ۲۰ روز و دوره انقضا ۵۰ روز تعیین شده است. به عبارت دیگر، یک جفت باز شده ۲۰ روز فرصت دارد تا کاملاً همگرا شود و ۳۰ روز دیگر فرصت دارد تا سودآور شود. رویکردهای پیچیده‌تری برای تعیین اندازه شرط وجود دارد، مانند معیار کلی<sup>۲</sup>، اما چنین تصمیماتی تحت مساله  $PT$  قرار دارند.

بازده روزانه جفت  $j$  با رابطه (۱۰) به دست می‌آید که در آن اسپرد جفت است.

$$r_{j,t} = \pm d_t - d_{t-1} \quad (10)$$

علامت  $\pm$  تنها در صورتی منفی است که اسپرد کوتاه شده باشد. بازده کل جفت  $tr$  (سود یا زیان تجمعی) را می‌توان با توجه به رابطه (۱۱) به صورت مجموع بازده روزانه  $r_{j,t}$  بیان کرد.

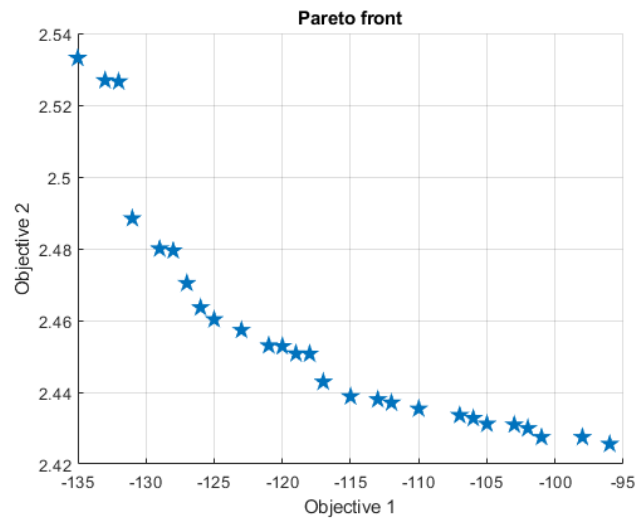
$$tr_{j,t} = \prod_{t=1}^n (1 + r_{j,t}) \quad (11)$$

<sup>1</sup> Backtest

<sup>2</sup> Kelly

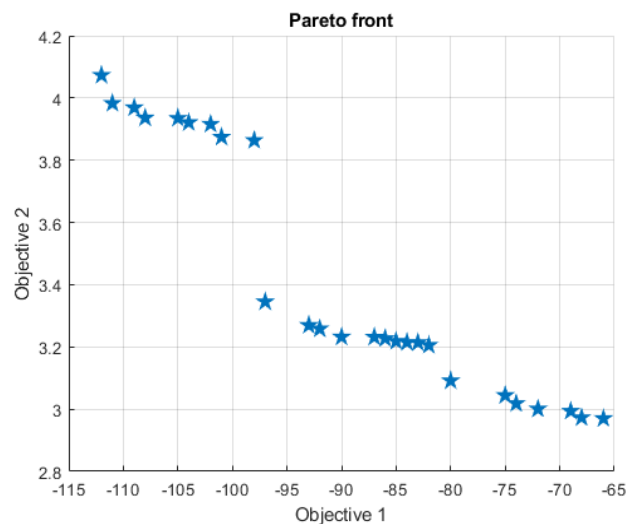
## ۴-۳- نتایج تجربی

در این بخش نتایج آزمایش‌ها و ارزیابی‌های مختلف بر روی روش پیشنهادی ارایه گردیده است. همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، روش آشوبناک پیشنهادی دارای کیفیت و نظم قابل‌توجهی در به‌دست آوردن راه‌حل‌های فضای مساله می‌باشد. در شکل ۳ ملاحظه می‌شود که نظم و کیفیت راه‌حل‌های به‌دست‌آمده در جبهه پارتو به‌خوبی روش آشوبناک نمی‌باشد.



شکل ۲- جبهه پارتو با تابع آشوب.

Figure 2- Pareto front with chaos function.



شکل ۳- جبهه پارتو بدون تابع آشوب.

Figure 3- Pareto without chaos function.

## ۴-۴- مدل تک‌هدفه معیار (BS)

برای مدل تک‌هدفه معیار در جدول ۱ روال‌های بهینه‌سازی ۲۵۴ جفت منحصر به فرد را در کل دوره آزمایش ایجاد کردند که ۱۴۸ مورد از آن‌ها به سیگنال باز رسیدند. از بین جفت‌های معامله شده، ۲۷ جفت کاملاً همگرا و ۳۲ جفت منقضی شده‌اند. عمده‌ترین دسته، با ۸۹ معامله نیمه‌همگرا تحت دسته سودگیری است. واضح است که معاملات همگرا نوسان‌پذیری اسپرد ( $\sigma_H$ ) کمتر و تعداد عبور از صفر ( $NZC$ ) بالاتری را نسبت به هر دو دسته سودگیری و منقضی‌شده نشان داده‌اند.

جدول ۱- نتایج آماری مدل تک‌هدفه معیار.

Table 1- Statistical results of BS.

منقضی شده	سودگیری	همگرا	معامله شده	تمام جفت‌ها	تعداد
32	89	27	148	254	تعداد
12.6	35.04	10.6	58.3		درصد تناسب
0.023	0.021	0.019	0.019	0.014	حداقل
0.212	0.353	0.147	0.362	0.366	حداکثر
0.034	0.035	0.028	0.033	0.029	میان
0.046	0.081	0.032	0.064	0.062	میانگین
1	1	5	1	1	حداقل
62	55	58	61	64	حداکثر
17.6	18	27.4	19	21	میان
19.2	21.1	28.2	21.9	23.6	میانگین
-3.89	-3.4	-4.02	-4.2	-4.47	حداقل
2.04	2.17	1.91	2.31	3.1	حداکثر
-1.16	-1.04	-1.18	-1.24	-1.32	میان
-1.03	-1.12	-1.17	-1.11	-1.26	میانگین
-0.234	0	0.008	-0.241		حداقل
-0.003	0.12	0.181	0.184		حداکثر
-0.117	0.015	0.043	0.018		میان
-0.094	0.025	0.059	0.006		میانگین
0.081	0.027	0.024	0.051		انحراف معیار

زمان اجرای مدل تک‌هدفه معیار: ۲۶ دقیقه و ۱۴ ثانیه

## ۵-۴- مدل چندهدفه فاصله (DM)

ضریب همبستگی بین دو هدف نوسان‌پذیری اسپرد ( $\sigma_d$ ) و تعداد عبور از صفر (NZC)،  $0.51-$  است؛ بنابراین، به‌طور طبیعی، بین  $\sigma_d$  و NZC همبستگی منفی قوی وجود دارد. مدل DM جفت‌های معامله‌شده بیشتری را از به حداقل رساندن اسپرد تشکیل نهایی به‌دست می‌آورد. جدول ۲ نشان می‌دهد که حدود ۷۹٪ از جفت‌های معامله‌شده سودآور هستند، حتی اگر معاملات منقضی شده بیش از دو برابر دسته همگرا باشد. واریانس اسپرد و رفتار عبور از صفر شبیه به مدل تک‌هدفه است که به‌طورکلی جفت‌های همگرا نوسان‌پذیری کمتر و تعداد عبور از صفر بیشتر در طول دوره شکل‌گیری نشان می‌دهند. مطابق آزمایش‌های انجام‌شده بر روی مدل پیشنهادی، ما متوسط بازده بسیار بالایی معادل ۸۷٪ برای معاملات همگرا و ۴٪ برای همه معاملات را شاهد هستیم.

جدول ۲- نتایج آماری مدل چندهدفه فاصله.

Table 2- Statistical results of DM.

منقضی شده	سودگیری	همگرا	معامله شده	تمام جفت‌ها	تعداد
63	218	27	308	537	تعداد
11.73	40.6	5.03	57.4		درصد تناسب
0.031	0.023	0.021	0.019	0.015	حداقل
0.624	0.744	0.289	0.744	0.744	حداکثر
0.129	0.116	0.042	0.117	0.142	میان
0.141	0.177	0.051	0.158	0.176	میانگین
1	1	4	1	1	حداقل
51	54	67	67	67	حداکثر
10	8	27	12	8	میان
15.3	13.1	27	14.7	12.6	میانگین

جدول ۲- ادامه.

Table 2- Continued.

تمام جفت‌ها	معامله شده	همگرا	سودگیری	منقضی شده	
حداقل	-4.22	-4.22	-3.5	-3.19	
حداکثر	3.29	1.71	3.17	3.16	
میانگین	-0.127	-1.12	-0.211	-0.323	t-test
میانگین	-0.132	-1.12	-1.41	-0.396	
حداقل	-0.691	-0.691	0	-0.691	
حداکثر	0.422	0.422	0.386	-0.004	
میانگین	0.021	0.073	0.031	-0.127	بازده
میانگین	0.024	0.087	0.056	-0.132	
انحراف معیار	0.127	0.062	0.053	0.094	

زمان اجرای مدل چندهدفه فاصله: ۳۲ دقیقه و ۵۱ ثانیه

با توجه به نتایج تجربی به دست آمده از آزمایش‌های پژوهش می‌توان نتیجه گرفته که به هدف ذکر شده در بخش مقدمه رسیده‌ایم. در واقع نتایج حاصل شده نشان می‌دهند که بازدهی مدل پیشنهادی چندهدفه فاصله نسبت به مدل تک‌هدفه بیشتر است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به منظور بررسی استراتژی معاملات جفتی از قیمت‌های پایانی روزانه ۳۰ نماد برتر بورس اوراق بهادار تهران از اردیبهشت‌ماه سال ۱۳۹۸ تا انتهای اردیبهشت‌ماه سال ۱۴۰۰ استفاده شده است. در حالی که استراتژی معاملات جفتی به طور گسترده در بازارهای سهام بررسی شده است و سودآوری این استراتژی ثابت شده است (برای جزئیات بیشتر به مطالعه گتو و همکاران [9]، هاک [17] و دو و فاف [4] مراجعه شود)، مطالعات مشابه در بازار ایران نادر است. پژوهش ما اولین موردی است که یک روش جدید را برای ایجاد ترکیب‌های سودآور سهام برای معاملات جفتی از طریق یک چارچوب بهینه‌سازی چندهدفه در بازار سرمایه ایران ارائه می‌نماید. این جفت‌ها به جفت تک‌متغیره محدود نمی‌شوند؛ بنابراین، در جایی که تکنیک‌های شمارش سنتی شکست می‌خورند، روش معرفی شده این پژوهش قادر به پیشنهاد فرصت‌های معاملاتی بیشتر می‌باشد. حجم بیشتر فرصت‌های معاملاتی برای کاربرد واقع‌بینانه معاملات جفتی سودمند است، زیرا ظرفیت بالاتری برای سرمایه‌گذاری از طریق جفت‌ها می‌دهد. معاملات جفتی انواع مختلفی از تصمیمات مهم را برای ارزیابی ارائه می‌دهد. با این حال، هرگونه پیشرفت در مراحل انتخاب و معاملات همیشه با کیفیت و نظم جفت‌های کاندید تولیدشده در مساله  $PF$  محدود می‌شود. این پژوهش به موضوع انتخاب زیرمجموعه برای تشکیل جفت‌هایی که اسپردهای ناپایدار و بازگشت به میانگین را برای استراتژی معاملات جفتی چندمتغیره تولید می‌کنند، می‌پردازد. چارچوب پیشنهادی قادر به تشکیل جفت‌های تک‌متغیره و چندمتغیره بر روی معیارهای متضاد از طریق بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی آشوبناک است. اصلاحات لازم در  $NSGA-II$  و ارائه راه‌حل شرح داده شده بر روی داده‌های سهام بورس اوراق بهادار تهران جهت ارزیابی تجربی مدل‌های مختلف انجام شد. نتایج نشان می‌دهد که جفت‌های چندمتغیره تشکیل شده از طریق مدل چندهدفه به طور قابل توجهی از تکنیک‌های تک‌هدفه موجود بهتر عمل می‌کنند. کاربرد سیستم‌های هوشمند به طور مستقیم برای معاملات جفتی سودمند می‌باشد و باید به حوزه‌های مختلف در امور مالی و سایر صنایع گسترش یابد. بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی آشوبناک به ویژه برای ساختار مساله  $PF$  مفید بوده است. اکثر مسایل واقع‌بینانه معمولاً دارای ویژگی‌های مشابهی از معیارهای متضاد، انواع متغیرهای مختلط و محدودیت‌های غیرمحدب هستند. این پژوهش سودمندی سیستم‌های هوشمند را برای پرداختن به مسایل دنیای واقعی نشان داد. برای تحقیقات آینده پیشنهاد می‌شود که از الگوریتم‌های طبقه‌بندی همانند ماشین‌های بردار پشتیبان یا تکنیک‌های خوشه‌بندی برای تمایز بین انواع جفت استفاده شود. اکنون که چارچوبی برای یافتن چنین ترکیب‌های پیچیده‌ای ارائه کرده‌ایم، محققان نیز می‌توانند تا توابع هدف جدید و اندازه‌های بهینه اجزا را بررسی کنند. در روش‌شناسی این پژوهش فقط از  $NSGA-II$  استفاده می‌شود، اما ممکن است الگوریتم‌های دیگری نیز وجود داشته باشد که برای حل مساله مناسب‌تر باشند. ساده‌سازی مساله  $PF$  به طوری که الگوریتم‌های مختلف بدون تنظیمات بیش از حد، بتوانند آزمون شوند می‌تواند مفید باشد. به‌عنوان مثال یک رویکرد ترکیبی از الگوریتم جستجوی ممنوع<sup>۱</sup> برای انتخاب

<sup>1</sup> Tabu Search (TS)

زیرمجموعه و سپس برنامه‌ریزی درجه دو<sup>۱</sup> سنتی برای پرداختن به مساله فرعی وزن دارایی، احتمالاً کیفیت راه‌حل و هم‌گرایی الگوریتم کلی را بهبود می‌بخشد.

## منابع

- [1] Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs trading: quantitative methods and analysis* (Vol. 217). John Wiley & Sons.
- [2] Caldeira, J., & Moura, G. V. (2013). Selection of a portfolio of pairs based on cointegration: a statistical arbitrage strategy. *Brazilian review of finance*, 11(1), 49–80. DOI:10.2139/ssrn.2196391
- [3] Sipilä, M. (2013). *Algorithmic pairs trading: empirical investigation of exchange traded funds* [Thesis]. <http://urn.fi/URN:NBN:fi:aalto-201306267090>.
- [4] Do, B., & Faff, R. (2010). Does simple pairs trading still work? *Financial analysts journal*, 66(4), 83–95.
- [5] Goldkamp, J., & Dehghanimohammadabadi, M. (2019). Evolutionary multi-objective optimization for multivariate pairs trading. *Expert systems with applications*, 135, 113–128. DOI:10.1016/j.eswa.2019.05.046
- [6] Bui, L. T., & Alam, S. (2008). An introduction to multi-objective optimization. In *Multi-objective optimization in computational intelligence: theory and practice* (pp. 1–19). IGI Global.
- [7] Ehrman, D. S. (2006). *The handbook of pairs trading: strategies using equities, options, and futures*. John Wiley & Sons.
- [8] Zarei, V., Parvin, H., & Shahriari, A. (2019). *Evolutionary learning-based decision tree* [Thesis]. (In Persian). <https://ganj.irandoc.ac.ir/#/articles/5e96bf528c2ee80e48bcb8ae96bda3a0>.
- [9] Gatev, E., Goetzmann, W. N., & Rouwenhorst, K. G. (2006). Pairs trading: Performance of a relative-value arbitrage rule. *The review of financial studies*, 19(3), 797–827.
- [10] Papadakis, G., & Wysocki, P. (2007). *Pairs trading and accounting information*. <http://web.mit.edu/wysockip/www/papers/PapadakisWysocki2008.pdf>
- [11] Engelberg, J., Gao, P., & Jagannathan, R. (2009). *An anatomy of pairs trading: the role of idiosyncratic news, common information and liquidity* [presentation]. Third singapore international conference on finance, Singapore. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1330689>
- [12] Ma, B., & Ślepaczuk, R. (2022). *The profitability of pairs trading strategies on Hong-Kong stock market: distance, cointegration, and correlation methods*. University of Warsaw, Faculty of Economic Sciences.
- [13] Chen, C. H., Lai, W. H., Hung, S. T., & Hong, T. P. (2022). An advanced optimization approach for long-short pairs trading strategy based on correlation coefficients and bollinger bands. *Applied sciences (switzerland)*, 12(3), 1052. DOI:10.3390/app12031052
- [14] Lu, J. Y., Lai, H. C., Shih, W. Y., Chen, Y. F., Huang, S. H., Chang, H. H., ... & Dai, T. S. (2022). Structural break-aware pairs trading strategy using deep reinforcement learning. *Journal of supercomputing*, 78(3), 3843–3882. DOI:10.1007/s11227-021-04013-x
- [15] Ramos-Requena, J. P., Trinidad-Segovia, J. E., & Sánchez-Granero, M. Á. (2020). Some notes on the formation of a pair in Pairs Trading. *Mathematics*, 8(3), 348. DOI:10.3390/math8030348
- [16] Bajalan, S., Eyvazlu, R., & Akbari, G. (1999). Pair trading in tehran stock exchange based on smooth transition GARCH Model. *Iranian journal of finance*, 2(2), 7–28. (In Persian). DOI: 10.22034/IJF.2018.88416
- [17] Huck, N. (2013). The high sensitivity of pairs trading returns. *Applied economics letters*, 20(14), 1301–1304.
- [18] Barahimipour, M. M., & Davoodi, S. M. R. (2021). The profitability of pairs trading strategy based on linear state-space models and the Kalman filter in Tehran Stock Exchange. *Journal of investment knowledge*, 10(37), 57–75. (In Persian). [https://jik.srbiau.ac.ir/article\\_17091\\_369098cf4c35a92d3e5fdaa3202623db.pdf](https://jik.srbiau.ac.ir/article_17091_369098cf4c35a92d3e5fdaa3202623db.pdf)
- [19] Moradpour, S., & Dastoori, M. (2021). Algorithm trading application and persistence in the cryptocurrency market. *Financial engineering and portfolio management*, 12(47), 435–449. (In Persian). [http://fej.iauctb.ac.ir/article\\_682736.html?lang=en](http://fej.iauctb.ac.ir/article_682736.html?lang=en)
- [20] Dastori, M., & Moradpour, S. (2021). Optimization of High-frequency pair trading algorithm using a combination of genetic algorithm and fuzzy statistical quality control. *Journal of investment knowledge*, 10(40), 471–484. (In Persian). [https://jik.srbiau.ac.ir/article\\_18249.html?lang=en](https://jik.srbiau.ac.ir/article_18249.html?lang=en)
- [21] Jaliliyan, J., & Taherkhani, N. (2019). A survey on the pairs transactions strategy of in stock market of Iran (case study of investment companies of the stock market). *Commercial surveys*, 17(96), 23–37. (In Persian). [http://barresybazargani.itrs.ir/article\\_36586\\_59a5770a62e67b0c3e1c6d417ad206c4.pdf](http://barresybazargani.itrs.ir/article_36586_59a5770a62e67b0c3e1c6d417ad206c4.pdf)
- [22] Tadi, M., Abkar, M., & Motaharinia, V. (2018). Evaluation of pairs trading strategy using distance approach at tehran stock exchange. *Journal of investment knowledge*, 7(26), 99–112. (In Persian). [https://jik.srbiau.ac.ir/article\\_12603](https://jik.srbiau.ac.ir/article_12603)
- [23] Rastegar, M. A., & Sedaghatipour, A. (2018). Algorithmic trading system for future contract of gold coin based on intra-day data. *Journal of investment knowledge*, 7(28), 49–68. (In Persian). [https://jik.srbiau.ac.ir/article\\_13306.html?lang=en](https://jik.srbiau.ac.ir/article_13306.html?lang=en)
- [24] Pakizeh, K., & Habibi, S. (2017). Comparing profitability of the pair trading strategy in different asset classes. *Journal of asset management and financing*, 5(4), 69–88. (In Persian). DOI: 10.22108/AMF.2017.21195

<sup>1</sup> Quadratic programming



- [25] Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., & Meyarivan, T. (2000). A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. *International conference on parallel problem solving from nature* (pp. 849-858). Springer, Berlin, Heidelberg. DOI:10.1007/3-540-45356-3\_83/COVER
- [26] Wu, H., Huang, Y., Chen, L., Zhu, Y., & Li, H. (2022). Shape optimization of egg-shaped sewer pipes based on the nondominated sorting genetic algorithm (NSGA-II). *Environmental research*, 204, 111999. DOI:10.1016/j.envres.2021.111999
- [27] Dao, S. D., Abhary, K., & Marian, R. (2017). An innovative framework for designing genetic algorithm structures. *Expert systems with applications*, 90, 196–208. DOI:10.1016/j.eswa.2017.08.018
- [28] Sonmez, R., & Bettemir, Ö. H. (2012). A hybrid genetic algorithm for the discrete time-cost trade-off problem. *Expert systems with applications*, 39(13), 11428–11434. DOI:10.1016/j.eswa.2012.04.019
- [29] Tahir, M. A., & Smith, J. E. (2007). Feature selection for heterogeneous ensembles of nearest-neighbour classifiers using hybrid tabu search. In *Advances in metaheuristics for hard optimization* (pp. 69–85). Springer. DOI: 10.1007/978-3-540-72960-0\_4
- [30] Naser Sadrabadi, A., & Taghavi, N. (2017). *An introduction to meta-heuristic algorithms*. PendarePars. (In Persian). <https://www.gisoom.com/book/11511135/>